Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 1 из 5

№1

Дано:

$F_A = 8Н = T$

$S = 800 см^3$

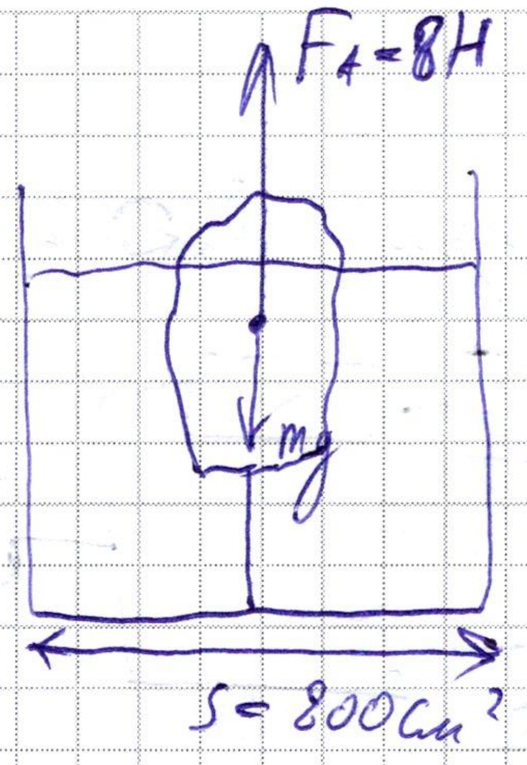
$g = 10 м/с^2$

$\rho_в = 1000 кг/м^3$

$\rho_н = 900 кг/м^3$

$\Delta h - ?$

Решение:



1) $mg = F_A$

$V_н \cdot \rho_н \cdot g = F_A$

$V_н = \dfrac{F_A}{\rho_н \cdot g}$

$\rho_н \cdot V_н = V_в \cdot \rho_в$

$V_в = \dfrac{\rho_н \cdot V_н}{\rho_в}$

$V_в = \dfrac{\rho_н \cdot F_A}{\rho_н \cdot g \cdot \rho_в}$

$V_в = \dfrac{8}{10000}\ м^3 = 8 см^3$

$\Delta h = \dfrac{V_в}{S}$

$\Delta h = \dfrac{8}{800} = 0{,}01 см$

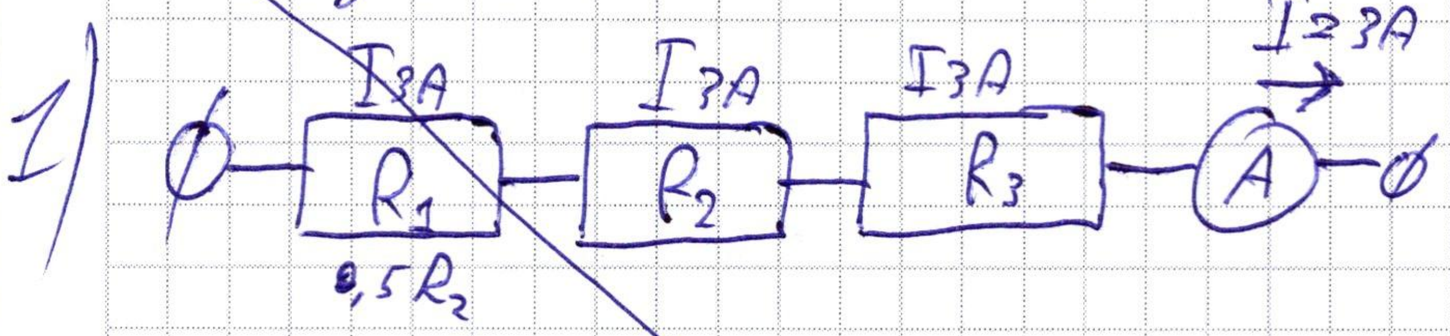
Ответ: 0,01 см.

Можно использовать оборот листа для записи решений

№2

Без ключей:

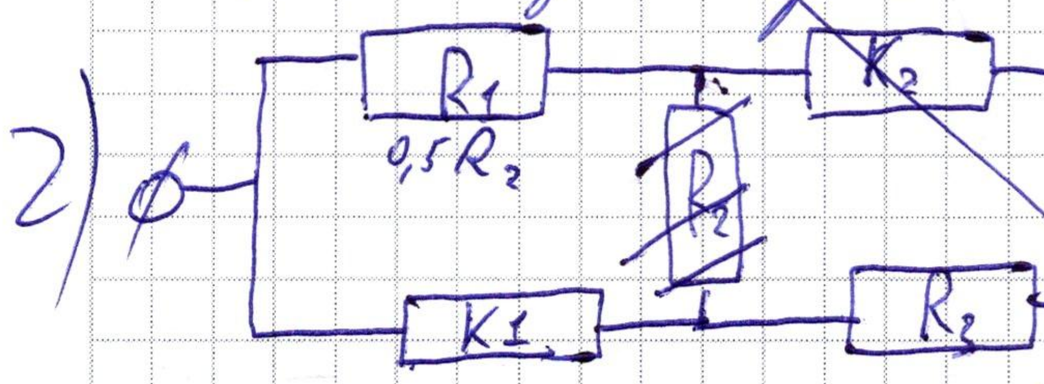
1)

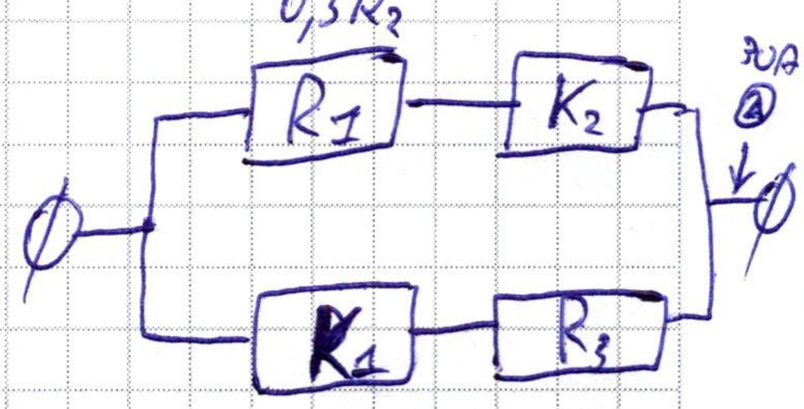


$R_1 = 0{,}5R_2$

Ключи замкнуты:

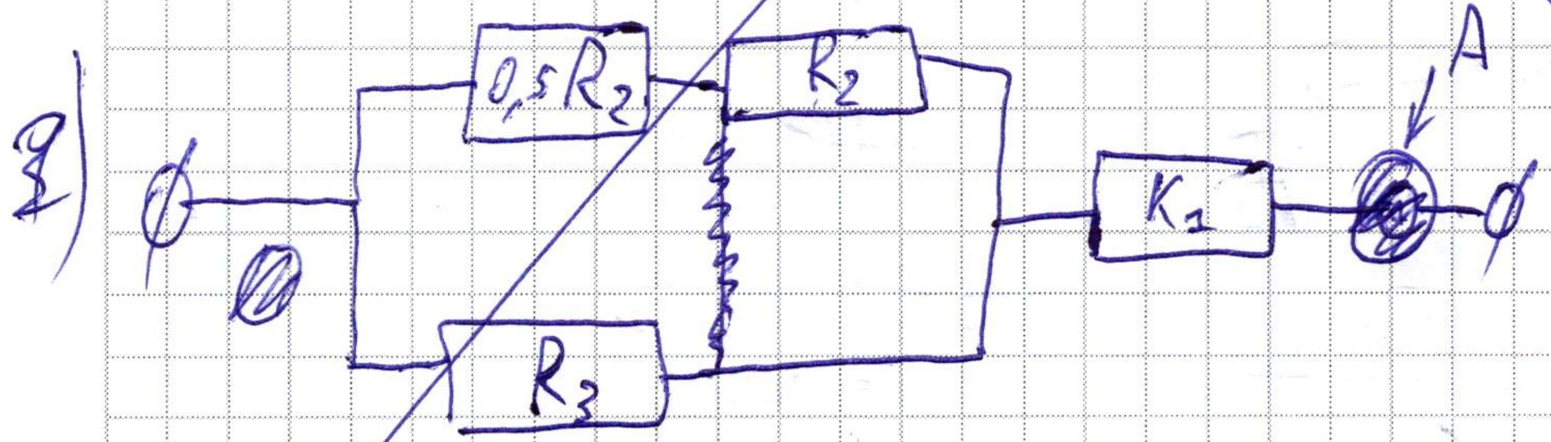
2)





K_2 разомкнут, $R_3 \in K_1$:

3)

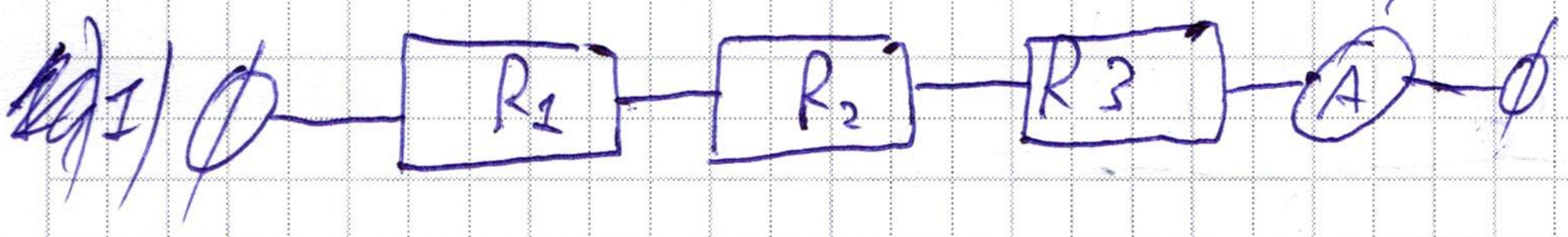


Т.к. $I_1 = I_2 = I_3$:

$$\frac{3}{0{,}5R_2} + \frac{3}{R_2} + \frac{3}{R_3} =$$

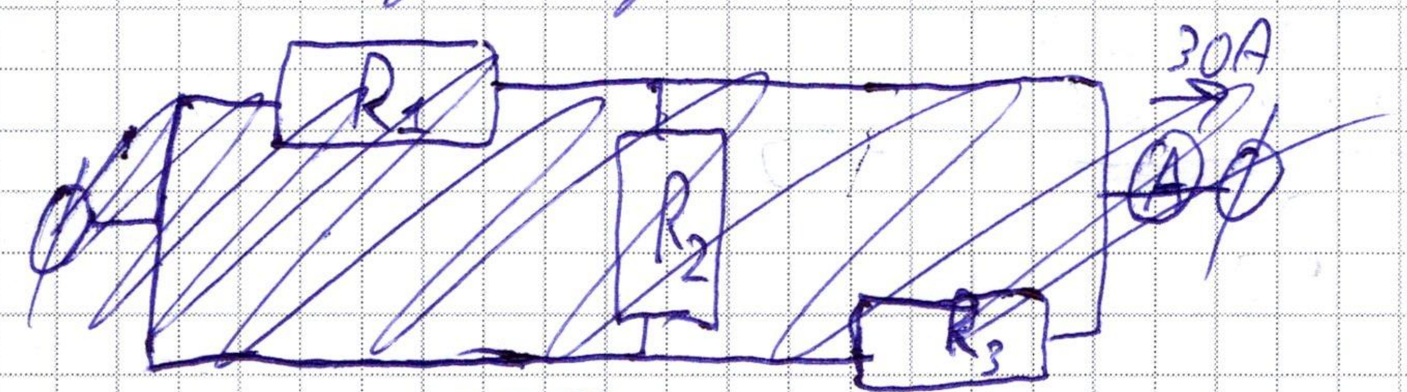
№2

Без ключей:

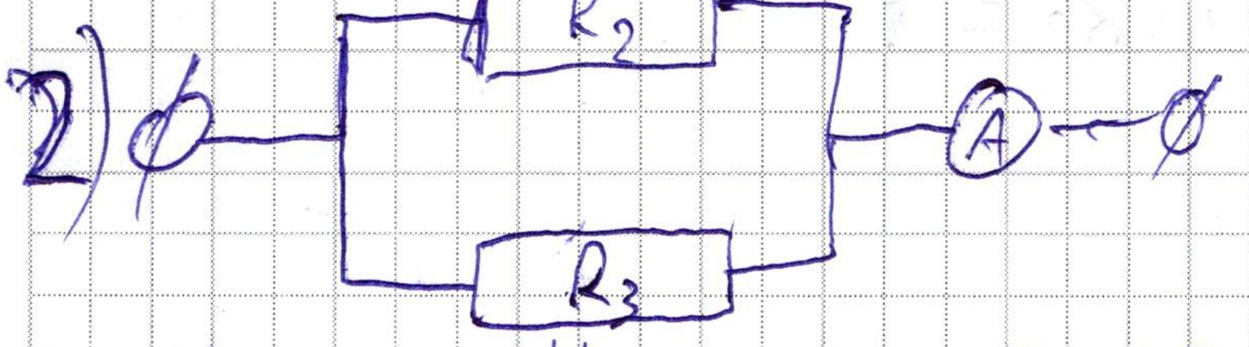


Ключи замкнуты

1)

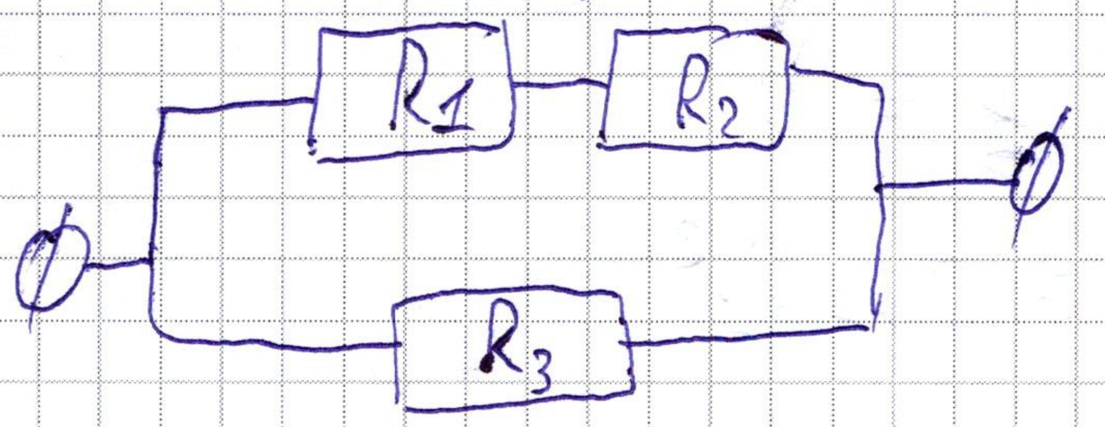


2)



K_1 замк.; K_2 разомк.; $K_1 \rightleftarrows R_3$

3)



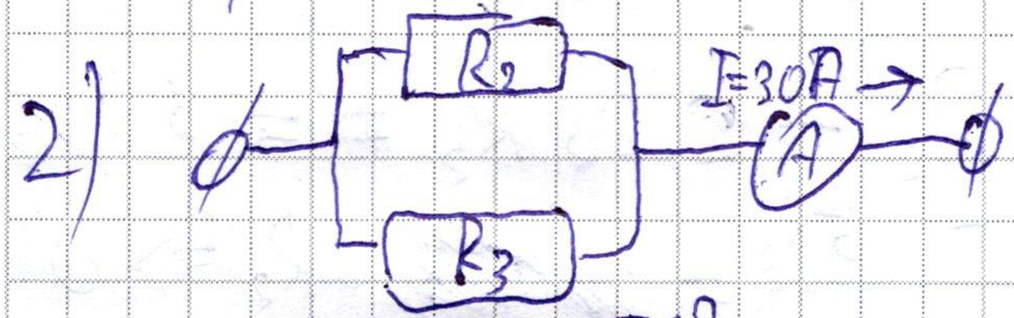
Т.к. $R_1 = 0{,}5R_2$; ~~$R_2 = 2R_1$~~

Преобразовываем все цепи:

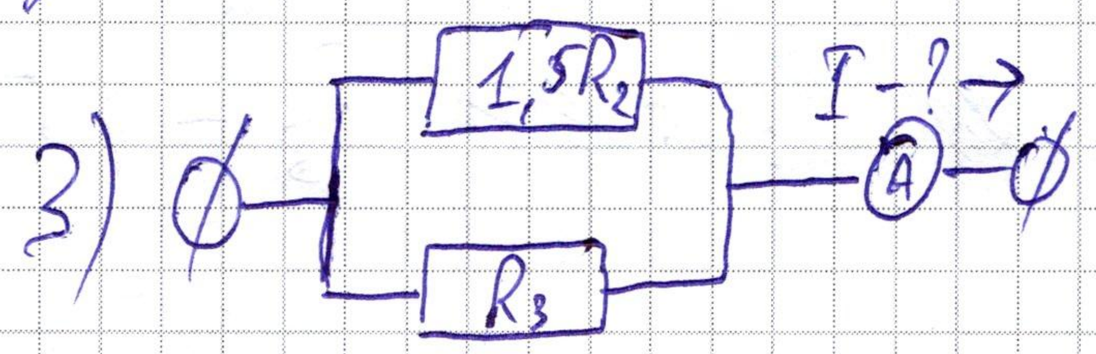
1)



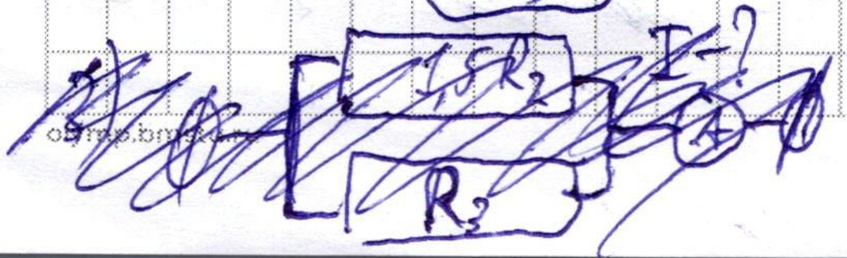
2)



3)



4)



Т. к. мы исп. 1 и тот же источник, то: $U_{1цепи} = U_{2цепи} = U_{3цепи}$.

$$\frac{U_2}{R_2} + \frac{U_2}{R_3} = 30\ в$$

$$\frac{3(1{,}5R_2 + R_3)}{R_2} + \frac{3(1{,}5R_2 + R_3)}{R_3} = 30 \quad |:3$$

$$\frac{1{,}5R_2 + R_3}{R_2} \overset{LR_3}{+} \frac{1{,}5R_2 + R_3}{R_3} \overset{LR_2}{=} 10$$

$$1{,}5R_2R_3 + R_3^2 + 1{,}5R_2^2 + R_2R_3 = 10R_2R_3$$

$$R_3^2 + 1{,}5R_2^2 = 7{,}5R_2R_3$$

Т. к. $R_2 = 2R_1$, то:

$$R_3^2 - 15R_1R_3 + 6R_1^2 = 0$$

$$D = 225R_1^2 - 24R_1^2 = 201R_1^2$$

$$R_{31} = \frac{15R_1 - 14}{2}$$

$$R_{32} =$$

$$R_3^2 - 7{,}5R_2R_3 + 1{,}5R_2^2 = 0$$

$$D = 56{,}25R_2^2 - 2{,}25R_2^2 = 54R_2^2$$

$$R_{32} = \frac{7{,}5R_2 - 7{,}5R_2}{2} = 0R_2 = 0$$

$$R_{32} = 7{,}5 + 7$$

olymp.bmstu.ru

Вариант задания 1

$$R_3^2 - 7,5R_2R_3 + 1,5R_2^2 = 0$$

$$D = 56,25R_2^2 - 6R_2^2 = 50,25R_2^2$$

$$R_{3_1} = \frac{7,5R_2 - 7R_2}{2} = 0,25R_2$$

$$R_{3_2} = \frac{7,5R_2 + 7R_2}{2} = 7,25R_2$$

Если $R_3 = 0,25R_2$:

$$\frac{3(1,5R_2 + R_3)}{1,5R_2} + \frac{3(1,5R_2 + R_3)}{R_3} =$$

$$= \frac{4,5R_2 + 0,25R_2}{1,5R_2} + \frac{4,5R_2 + 0,25R_2}{0,25R_2} =$$

$$= 3,5 + 21 = 24,5 = 25\,A$$

Если $R_3 = 7,25R_2$:

$$\frac{3(1,5R_2 + R_3)}{1,5R_2} + \frac{3(1,5R_2 + R_3)}{R_3} = 12,5 + 3,6 = 21,1 = 21\,A$$

Ответ: 25 А или 21 А

Можно использовать оборот листа для записи решений

№3

Проверка: если $R_3 = 0{,}25R_2$:

$3(1{,}5R_2 + R_3) = 15{,}25R_2$

$\frac{5{,}25R_2}{R_2} + \frac{5{,}25R_2}{0{,}25R_2} = 30$

$5{,}25 + 21 \neq 30 \Rightarrow R_3 \neq 0{,}25R_2$

если $R_3 = 7{,}25R_2$

$3(1{,}5R_2 + R_3) = 26{,}25R_2$

$\frac{26{,}25R_2}{R_2} + \frac{26{,}25R_2}{7{,}25R_2} = 30$

$26{,}25 + 3{,}6 = 30$

$30 = 30 \Rightarrow R_3 = 7{,}25R_2$

$\frac{26{,}25R_2}{1{,}5R_2} + \frac{26{,}25R_2}{7{,}25R_2} = 17{,}5 + 3{,}6 = 21\,А$

Ответ: 21 А.

№3

Пусть: l – толщ. слоя крема

$0{,}85l$ – толщ. слоя теста

ρ – $\rho_{крема}$ $\Rightarrow$

$\Rightarrow \rho_{теста} + 0{,}2\rho_{теста} = \rho$ $\quad S_{теста} = S_{крема} = S$

$$\rho_{теста} = \frac{\rho}{1{,}2}$$

Пусть – a – кол-во слоёв торта, тогда кол-во слоёв крема $(a_{крема})$ = кол-во слоёв теста $(a_{теста})$

$$m_{торта} = S \cdot l \cdot a \cdot \rho + S \cdot 0{,}85l \cdot \frac{\rho}{1{,}2} \cdot a =$$

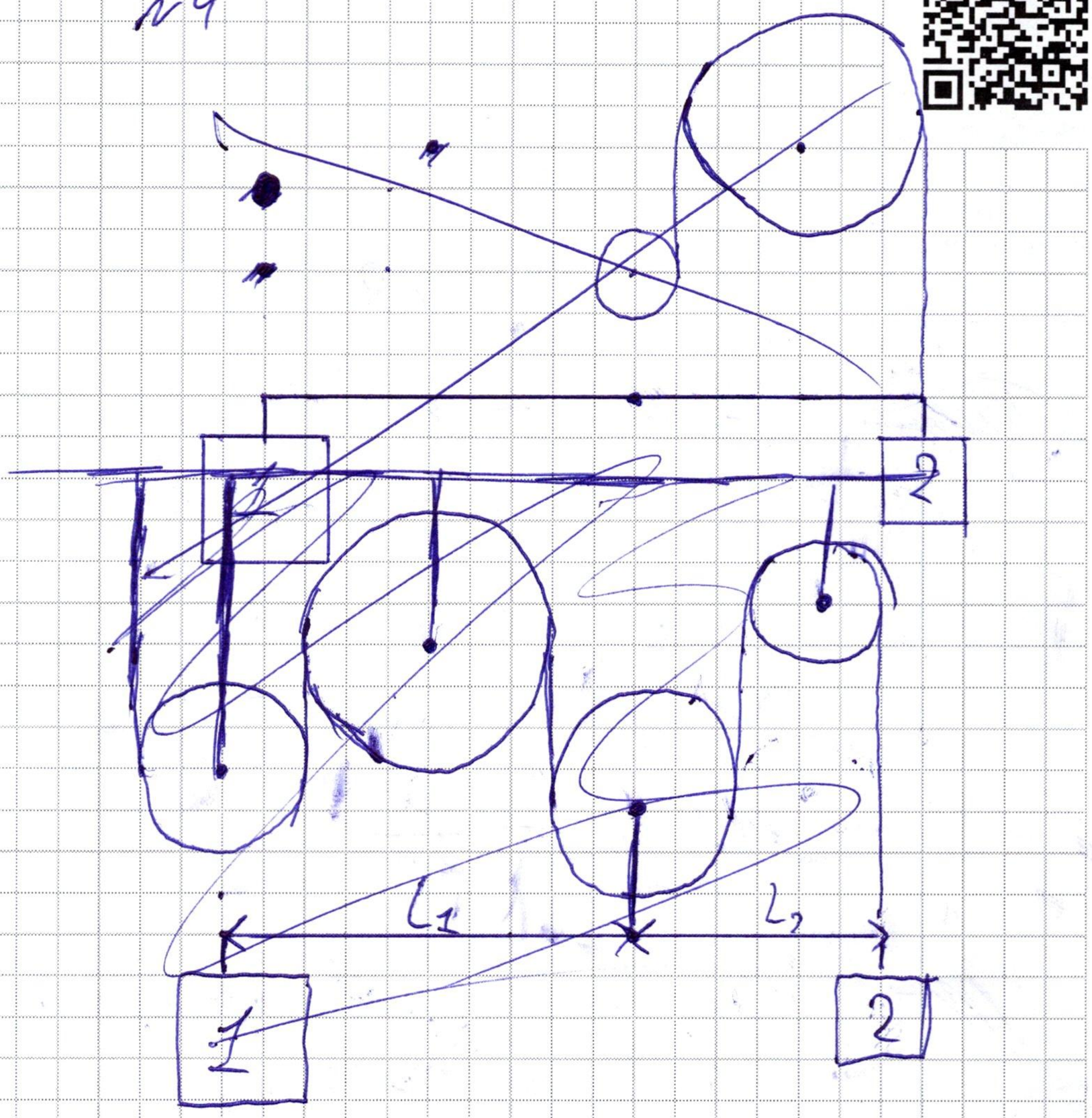
$$= 1{,}7 \cdot S \cdot l \cdot a \cdot \rho$$

$$V_{торта} = 1{,}85 \cdot S \cdot l \cdot a$$

$$\rho_{торта} = \frac{m_{торта}}{V_{торта}} = \frac{1{,}7 \cdot S \cdot l \cdot a \cdot \rho}{1{,}85 \cdot S \cdot l \cdot a} = 0{,}92\rho$$

Ответ: $0{,}92\rho$.

№4

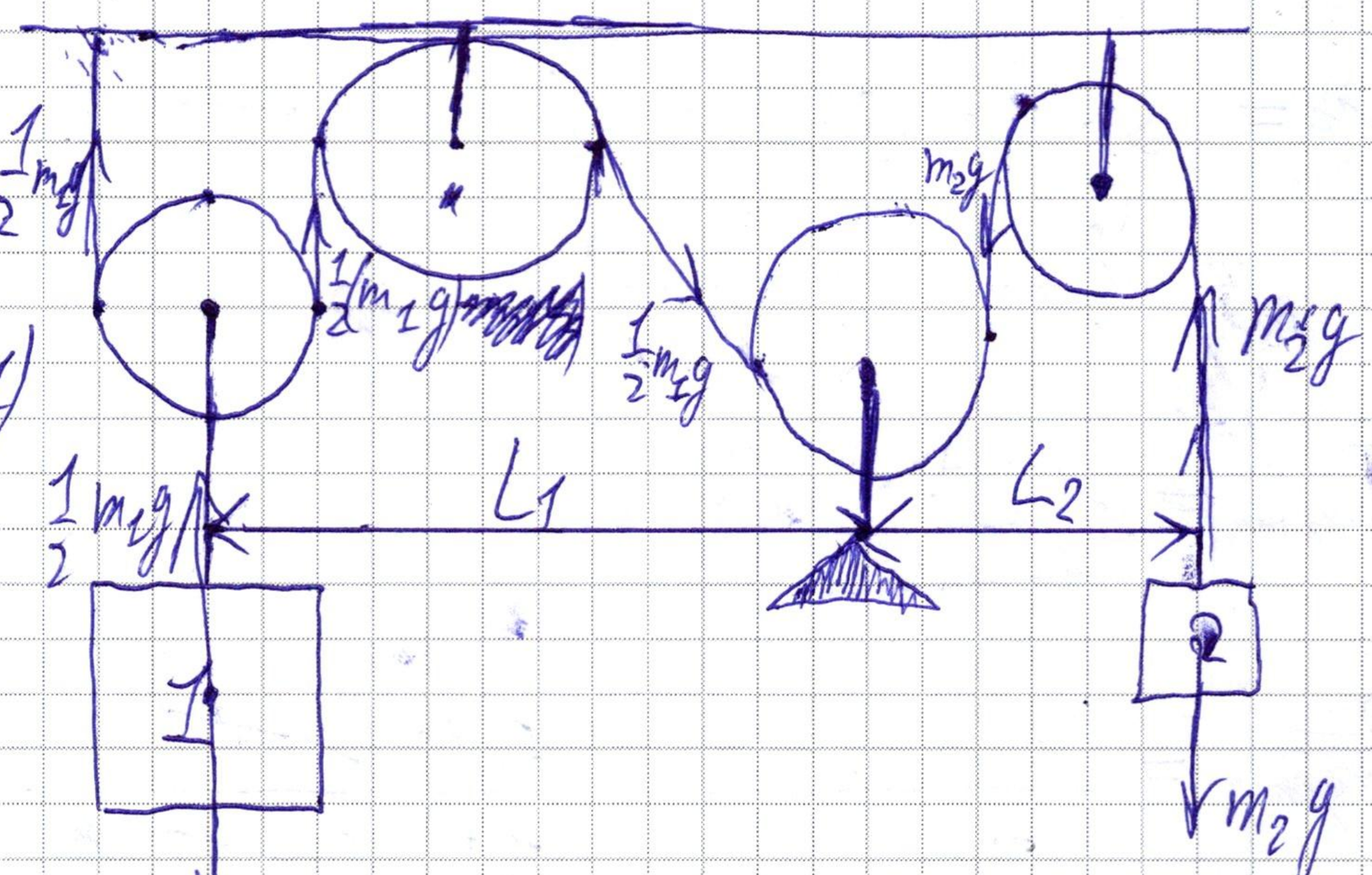


$$L_1 m_1 g - \frac{1}{2} m_1 g \cdot 2 = L_2 \cdot g \cdot m_2 - m_2 g$$

$$L_1 \cdot m_1 - 2m_1 = L_2 \cdot m_2 - m_2$$

$$m_1 (L_1 - 2) = m_2 (L_2 - 1)$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{L_2 - 1}{L_1 - 2}$$



$\frac{1}{2} m_1 g L_1 = 2 L_2 \cdot m_2 g$

$$P = \frac{m_{ст} \cdot C_{ст} \cdot (50-20)}{30}$$

$$P = 500 \cdot 0{,}9$$

$$P = 450 \text{ Дж}$$

$$m_{ст} \cdot C_{ст} \cdot 25 + m_1 \cdot C_1 \cdot 25 = 45 \cdot 450$$

$$0{,}9 \cdot 500 \cdot 25 + m_1 \cdot 400 \cdot 25 = 45 \cdot 450$$

$$m_1 = \frac{45 \cdot 450 - 0{,}9 \cdot 500 \cdot 25}{400 \cdot 25}$$

$$m_1 = 0{,}9 \text{ кг}$$

$$N = 0{,}0975 \cdot \frac{1}{1000} \cdot \frac{1}{10000} \cdot \frac{1}{100000} = 1$$

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^4 \cdot 10^5}{0{,}0975}$$

$$N = 1{,}026 \cdot 10^{13}$$

Пусть V – объём куска

$V_к$ – полн. объём алмаза

$0{,}1V \cdot 800 = V_к \cdot 2700$

$0{,}9V + V_к = \frac{V \cdot 800}{2700} \cdot 2{,}7 \quad 0{,}9V +$

$\frac{V + V_к}{V} =$

$0{,}1 \cdot V \cdot 800 = 80V$ – 10% ост к.

$200V - 80V = 720V$ – ост. к.

$80V = V_к \cdot 2700$

$V_к = 0{,}03V$

$\frac{V - V_к}{V} \cdot 100\%$

$\frac{0{,}97V}{V} \cdot 100\% = 97\%$